集合论复习题

9.1 集合的概念和表示方法

C （ ）1. 以下___不是集合

A. $\phi\times P(\phi)$ （P 表示幂集运算）

B. $\{x\,|\,x$是整数且$|x|$是素数$\}$

C. $\{x\,|\,x$是包含1的集合$\}$

D. $\{x\,|\,x$包含1且$x\subseteq R\}$

9.3 集合的运算

B（ ）10. 以下各项中正确的选项为______。

A. $\varnothing\cup\{\varnothing\}=\varnothing$

B. $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}-\{\{\varnothing\}\}=\{\varnothing\}$

C. $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}-\{\varnothing\}=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$

D. $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}-\varnothing=\{\{\varnothing\}\}$

9.4 集合的图形表示法

10. 对 24 名科技人员进行掌握外语情况的调查，其统计资料如下：会说英语、日语、德语、法语的人数分别是 13、5、10 和 9。其中同时会说英语、日语的人数为 2。同时会说英语、德语或同时会说英语、法语或同时会说德语、法语两种语言的人数均为 4。会说日语的人既不会说法语也不会说德语。则同时会说英语、德语、法语的人数为__1__。

9.5 集合运算的性质和证明

B （ ）2. $A\cup(B\cap C)$与___不恒等

A. $(A\cup B)\cap(A\cup C)$

B. $((A-B)-C)\cup(B\cap C)$

C. $(A-B)\cup(B\cap C)\cup(A-C)$

D. $A\cup(B-(B\oplus C))$

B（ ）3. 假设$A\subseteq B$，以下___不一定成立

A. $\bigcup A\subseteq\bigcup B$

B. $\bigcap A\subseteq\bigcap B$

C. $P(A)\subseteq P(B)$

D. $A-B\subseteq B-A$

1. 对于有限集合 A、B，$P(P(A)\times B)$ 基数是 $2^{|B|\cdot 2^{|A|}}$ ________.

9.7 集合论公理系统

三. (8') 证明：$A\times A\in P(P(P(A)))$.

9. 已知 $A=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$，则 $A\times P(A)=$

____

10.1 二元关系

2. 设 A 是 n 个元素的集合，则 A 中的所有不同关系的总数是 2^{n^2} ________.

10.3 关系的逆、合成、限制和象

(C) 4. R_1,R_2,R_3 是三个关系，如果下面等式所涉及的运算都有意义，那么不正确的等式是____

A. $R_1\circ(R_2\cup R_3)=R_1\circ R_2\cup R_1\circ R_3$

B. $(R_1\circ R_2)\circ R_3=R_1\circ(R_2\circ R_3)$

C. $R_1\circ(R_2\cap R_3)=R_1\circ R_2\cap R_1\circ R_3$

D. $(R_1\circ R_2)^{-1}=R_2^{-1}\circ R_1^{-1}$

10.5 关系的闭包

五. (8') 给定 $A=\{1,2,3,4\}$ 和 A 上的关系 $R=\{\langle 1,3\rangle,\langle 1,4\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,4\rangle\}$，

求：R 的自反闭包、对称闭包及传递闭包的关系矩阵。

附录①

八. (10') 设 $A=\{a,b,c,d\}$ 中的关系 $R=\{<a,b>,<b,a>,<b,c>,<c,d>\}$，

(1) 用 $M(R)$ 的幂求 R^2,R^3； 附录②

(2) 求最小的自然数 $m,n\ (m<n)$，使得 $R^m=R^n$。

(3) 求出关系 R 的自反、对称且传递的闭包，请写出详细步骤。

10.6 等价关系和划分

3. $A=\{1,2,3,4\}$ 上的等价关系的个数为 15 ________.

四. (8') 设 R 是 A 中的对称关系，且 $R^2\subseteq R$，证明：$S=I_A\cup R$ 是 A 上的等价关系。

附录③

10.8 偏序关系

A

( ) 6. 下面四个关系中______是拟序关系

A. R中的“>”关系

B. $N-\{0\}$中的整除关系

C. $N-\{0\}$中的互素关系

D. $R=\{<x,y>|(x-y)被5整除,x,y\in Z\}$

10.6，7，8 等价关系和划分、相容关系和覆盖、偏序关系

A

( )7. 设R是A中的一个关系，$I_A\subseteq R$，若有$<a,b>\in R\wedge<a,c>\in R\Rightarrow<b,c>\in R$，则下列说法最准确的是______

A. R是等价关系

B. R是相容关系

C. R是偏序关系

D. R是拟序关系

B ( ) 11、 R_1,R_2均为 A 中的关系，下面结论正确的是______。

A. 若R_1,R_2均为对称关系，则$R_1\circ R_2$为对称关系

B. 若R_1是偏序关系，则R_1^{-1}也是偏序关系

C. $t(R_1)\cup t(R_2)=t(R_1\cup R_2)$

D. $st(R_1)=ts(R_1)$

(B) 15. 设R是A中的对称关系，且$R^2\subseteq R$，则$S=I_A\cup R$是A上______。

A. 相容关系

B. 等价关系

C. 偏序关系

D. 拟序关系

11.1 函数和选择公理

4. A={a, b}，B={1, 2, 3}．从 A 到 B 的满射函数有___0___个。

C

( ) 13. 函数 f:R→R, f(x)=x^3-x^2+x 是______。

A. 满射但是不单射的

B. 单射但是不满射的

C. 双射的

D. 既不是满射也不是单射的

11.2 函数的合成与函数的逆

(A) 9. f, g是函数. 若 g 不是单射的，则______

A. $f \circ g$ 不是单射的

B. $g \circ f$ 不是单射的

C. A, B 都不对

D. 不一定

(D) 8. f 是集合 A 到集合 B 的关系，则______

A. 若 f 是函数, 则 f^{-1} 也是函数

B. 若 f^{-1} 是函数, 则 f 也是函数

C. 若 f 不是函数, 则 f^{-1} 也不是函数

D. 都不对

(A) 14. 函数$f: R \to R, f(x) = x + 1$与$g: R \to R, g(y) = y - 1$，则函数的合成$h = f \cdot g$为______。

A. $h(x) = x$

B. $h(x) = x^2 - 1$

C. $h(x,y) = (x + 1)(y - 1)$

D. $h(x) = x^2 + x - 1$

8. 若函数$f: A \to B$是双射的，则 f 的左逆___等于___右逆（等于，不等于）。

11.3 函数的性质

五、(8') 设$f: A \to B, g: C \to D, f \subseteq g, C \subseteq A$，证明$f = g$

书后习题P212,第12题

9.7 证明：(根据定义证明)

$A\times A=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in A\}.=\{\{x,y\},\{x\}\mid x,y\in A\}.$

$\{x\}\in P(A),\ \{x,y\}\in P(A)$

$\Rightarrow\ \{\{x\},\{x,y\}\}\subseteq P(A)$

$\Rightarrow\ \langle x,y\rangle\subseteq P(A)$

$\Rightarrow\ \langle x,y\rangle\in PP(A)$

$\Rightarrow\ A\times A\subseteq PP(A)$

$\Rightarrow\ A\times A\in PPP(A).$

八. (1) $A=\{a,b,c,d\}$.

$$M(R)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$M(R^2)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$R^2=\{\langle a,a\rangle,\ \langle a,c\rangle,\ \langle b,b\rangle,\langle b,d\rangle\}$.

$M(R^3)=M(R^2\circ R)$

$$=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$R^3=\{\langle a,b\rangle,\ \langle a,d\rangle,\ \langle b,a\rangle,\ \langle b,c\rangle\}$.

(2) $$M(R^4)=\begin{bmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$R^2=R^4 \Rightarrow m=2, n=4$.

(3) 自反 $r(R)=R\cup I_A=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,d\rangle$

$\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle d,d\rangle\}$.

对称 $s(R)=R\cup R^{-1}=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,d\rangle,$

$\langle c,b\rangle,\ \langle d,c\rangle\}$.

传递 $t(R)=R\cup R^2\cup R^3\cdots$

$$M(t(R))=M(R\cup R^2\cup R^3)=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$t(R)=\{\langle a,b\rangle,\ \langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle a,a\rangle$

$\langle b,a\rangle,\ \langle b,b\rangle,\ \langle b,c\rangle\ ,\langle b,d\rangle$

$\langle c,d\rangle\}$.

先证明自反性

$\langle x,x\rangle \in I_A \Rightarrow \langle x,x\rangle \in I_A \cup R \Rightarrow xSx$ 得证.

再证明对称性

$xSy \Leftrightarrow xRy \vee xI_Ay \Leftrightarrow yRx \vee yI_Ax \Leftrightarrow ySx$

最后是传递.

$$
\begin{aligned}
& (xSy) \wedge (ySz) \\
\Leftrightarrow\ & (xI_Ay \vee xRy) \wedge (yI_Az \vee yRz) \\
\Leftrightarrow\ & (xI_Ay \wedge yI_Az) \vee (xI_Ay \wedge yRz) \\
& \vee (xRy \wedge yI_Az) \vee (xRy \wedge yRz) \\
\Leftrightarrow\ & (xI_Az) \vee (xRz) \vee (xRz) \vee (xR^2z) \\
\Rightarrow\ & xSz.
\end{aligned}
$$

五. $A=\{1,2,3,4\}$

$R=\{\langle 1,3\rangle, \langle 1,4\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 3,4\rangle\}$.

$$M(R)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$r(R)=R\cup R^0=R\cup I_A$

$$M(r(R))=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$s(R)=R\cup R^{-1}$

$$M(s(R))=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

R本身是传递的，$M(t(R))=M(R)$.