

2021 年秋离散数学复习题 (一)

第一章

1.1

() 1. 对一个可满足的命题公式, 其否定_____。

- A 不是重言的
- B 不是可满足的
- C 还是可满足的
- D 不是矛盾的

1.2

() 2. 命题公式 $\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$ 具有_____个使其为真的指派。

- A 2
- B 4
- C 5
- D 3

1.3 & 1.4

1. 命题公式 $P \vee ((Q \vee R) \wedge S)$ 的波兰表达式是_____。
2. 设P: 天下雨, Q: 他在室内运动, 则命题“除非天下雨, 否则他不在室内运动”的形式化为_____。

1.5

三. (8') 请写出一个满足以下要求的命题公式并写出求解过程。

1. 具有P, Q, R三个变元
2. 只有两个联结词 (可使用 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$)
3. 恰好具有五个使其为真的指派

1.6

() 10. 命题公式 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ 是_____

- A. 矛盾式
- B. 蕴含式
- C. 重言式
- D. 等值式

1.7

() 11. 下面哪个命题公式是重言式?

- A. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
- B. $(P \wedge Q) \rightarrow P$
- C. $(\neg P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge \neg Q)$
- D. $\neg(P \vee Q)$

1.8

6. $(p \wedge q) \vee (\neg p)$ 的波兰表达式是: _____。

1.9 & 1.10

4. 设 p, r 为真命题, q, s 为假命题, 则复合命题 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow s)$ 的真值为_____。

5. 设 P : “你陪伴我”, Q : “你代我叫车子”, R : “我将出去”。则命题 “除非你陪伴我或代我叫车子, 否则我将不出去” 可写成命题演算公式: _____。

1.11

第二章

2.1

() 3. 下面有_____个命题联结词集合是完备集。

$\{\neg, \wedge\}, \{\neg, \vee\}, \{\neg, \rightarrow\}, \{\neg, \leftrightarrow\}, \{\vee, \rightarrow\}, \{\wedge, \leftrightarrow\}, \{\vee, \uparrow\}, \{\downarrow\}$

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

2.2

() 4. 下列推理式正确的是_____。

A. $(P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \vee Q) \rightarrow R$

B. $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \Rightarrow (Q \vee R)$

C. $P \vee Q \Rightarrow P$

D. $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee R) \Rightarrow Q \rightarrow R$

2.3

3. 命题公式 $G = \neg P \rightarrow \neg Q \wedge R$ 的主析取范式是_____。

(注意: 请用极小项的简写码表示, 极小项按照 P-Q-R 的顺序排列, 例如 $P \wedge Q \wedge \neg R = m_6$)

2.4

4. $P \rightarrow Q \vee R \rightarrow S$ 的对偶式为_____。

2.5

七、(8') 证明下列推理关系: 如果李华在光明中学上学, 那么他不是初中生, 就是高中生。如果李华是初中生, 那么他需要参加中考。如果李华是高中生, 那么他经常给外国的友人写信。如果李华经常给外国的友人写信, 那么他的英文写作能力很强。李华的英文写作能力不强。从而知: 如果李华在光明中学上学, 那么他需要参加中考。

2.6

() 12. 下面哪一组命题公式是等值的?

A. $\neg P \wedge \neg Q, P \vee Q$

B. $A \rightarrow (B \rightarrow A), \neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$

C. $Q \rightarrow (P \vee Q), \neg Q \wedge (P \vee Q)$

D. $\neg A \vee (A \wedge B), B$

2.7

() 13. 命题公式 $\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$ 的主析取范式中含极小项的个数为_____

- A. 8 B. 3 C. 5 D. 0

2.8

5. 逻辑联结词或非 \downarrow 可以定义为: $x \downarrow y = \neg(x \vee y)$ 。将公式 $\neg(x \vee y) \wedge z$ 转换成只用 \downarrow 表示的公式_____

2.9

7. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ 的主合取范式是: _____。

2.10

六. (8') 任用一种推理方法证明: $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \wedge (\delta \rightarrow \neg \gamma) \Rightarrow \neg(\alpha \wedge \delta)$

2.11

3. 已知命题公式 $G = \neg(P \rightarrow Q) \wedge R$, 则 G 的主析取范式是_____。

2.12

6. $P \downarrow Q = \neg(P \vee Q)$, 用或非联结词表示出 $P \rightarrow Q$ 为_____。

() 5. 若个体域为整数集合, 下列公式中_____不是命题。

A. $(\forall x)(\forall y)(x \cdot y = x)$

B. $(\forall x)(\exists y)(x \cdot y = 1)$

C. $(\forall x)(x \cdot y = x)$

D. $(\exists x)(\exists y)(x \cdot y = 2)$

4.2

() 6. 设个体域 $D = \{a, b\}$, 则公式 $(\exists x)(F(x) \wedge G(x))$ 消去量词后可表示为_____。

A. $(F(a) \wedge F(b)) \vee (G(a) \wedge G(b))$;

B. $(F(a) \vee F(b)) \wedge (G(a) \vee G(b))$;

C. $(F(a) \wedge G(a)) \vee (F(b) \wedge G(b))$;

D. $(F(a) \vee G(a)) \wedge (F(b) \vee G(b))$

4.3

() 7. 令 $P(x, y)$ 表示 $x < y$, 当个体域为_____时, 公式 $(\forall x)(\exists y)P(y, x)$ 不是普遍有效的。

A. 自然数集;

B. 整数集;

C. 有理数集;

D. 实数集

4.4

5. 求公式 $(\forall x)(P \rightarrow Q(x)) \vee R(a)$ 的真值为_____, 其中 $P: 6 > 3, Q(x): x \leq 3,$

$R(x): x > 3$, 而 $a=3$, 论域为 $\{-2, 3, 6\}$ 。

4.5

6. 公式 $(\forall x)((P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (\exists y)R(y)) \wedge S(z)$ 的自由变元是_____, 全称量词的辖

域为_____。

4.6

() 14. 设 $A(x)$: x 是人, $B(x)$: x 犯错误, 命题“没有人不犯错误”符号化为_____

- A. $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$
- B. $\neg(\exists x)(A(x) \rightarrow \neg B(x))$
- C. $\neg(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$
- D. $\neg(\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$

4.7

8. 设 $R(x)$ 表示 x 是实数, $E(x, y)$ 表示 $x=y$, 则语句“对所有的实数 x , 都存在实数 y , 使得 $x=y$ ”的符号化为

_____。

4.8

9. 公式 $(\exists x)(P(x) \leftrightarrow Q(x)) \rightarrow ((\exists x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x))$ _____ (是/不是) 普遍有效的;

4.9

10. 公式 $\neg((\forall x)F(x) \rightarrow (\exists y)G(y)) \wedge (\exists y)G(y)$ _____ (是/不是) 不可满足的

4.10

1. 设 I 是如下一个解释: $D = \{a, b\}$, $P(a, a) = 1$, $P(a, b) = 0$, $P(b, a) = 1$, $P(b, b) = 0$, 则在解释 I 下真值为 1 的公式是()。

- (A) $\exists x \forall y P(x, y)$ (B) $\forall x \forall y P(x, y)$ (C) $\forall x P(x, x)$ (D) $\forall x \exists y P(x, y)$

第五章

5.1

() 8. 下列描述中正确的是_____。

- A. 不是所有谓词逻辑公式都能化成 Skolem 标准形
- B. 把谓词公式化为前束范式时对于量词的次序排列有要求
- C. 每个谓词公式都能化成唯一的前束范式
- D. 这些说法都不对

5.2

() 9. 下面推理形式中正确的是_____。其中 p 、 q 是和 x 无关的命题变项, 论域不为空。

A. $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow ((\forall x)P(x) \vee (\forall y)Q(y))$

B. $((\forall x)P(x) \rightarrow q) \rightarrow (\forall x)(P(x) \rightarrow q)$

C. $(\forall x)(p \rightarrow Q(x)) \rightarrow (p \rightarrow (\exists x)Q(x))$

D. $((\exists x)P(x) \wedge (\exists y)Q(y)) \rightarrow ((\exists x)(P(x) \wedge Q(x)))$

5.3

7. 一个谓词公式的 Skolem 标准形是 $(\forall x)(P(x) \vee \neg Q(a, x))$, 那么这个公式本身是 (填可满足、不可满足或者不确定): _____。

5.4

四. (8') 任用一种推理方法证明

$$(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \wedge (\exists x)(\neg P(x)) \wedge (\forall x)(Q(x) \rightarrow \neg R(x)) \Rightarrow (\exists x)(\neg R(x))$$

5.5

六 (8') 求公式 $((\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow Q(y))) \rightarrow (\forall x)(R(x) \rightarrow (\exists u)(\forall v)L(x, u, v))$ 的前束范式和 Skolem 标准形。

5.6

() 15. 下列各式哪个不正确?

A. $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$

B. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$

C. $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow (\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

D. $(\forall x)(P(x) \vee q) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \vee q$

5.7

七. (8') 写出下列公式的前束范式

$$(\exists x)(\neg((\exists y)P(x, y)) \rightarrow ((\exists z)Q(z) \rightarrow R(x)))$$

5.8

八. (10') 任用一种推理方法证明:

$$(\exists x)(R(x) \wedge W(x)), (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\forall x)(R(x) \rightarrow \neg Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(W(x) \wedge \neg P(x))$$

5.9 & 5.10

1. 设一阶逻辑公式 $G = \forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$, 则 G 的前束范式是_____。
2. 设谓词的论域为 $\{a, b\}$, 将表达式 $\forall xR(x) \rightarrow \exists xS(x)$ 中量词消去, 写成与之对应的命题公式是_____。

5.11

4. 下列等值式不正确的是()。

(A) $\neg(\forall x)A = (\exists x)\neg A$

(B) $(\forall x)(B \rightarrow A(x)) = B \rightarrow (\forall x)A(x)$

(C) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) = (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$

(D) $(\forall x)(\forall y)(A(x) \rightarrow B(y)) = (\exists x)A(x) \rightarrow (\forall y)B(y)$

5.12

四、(8分) 写出 $\forall x((\exists yP(x,y) \rightarrow \forall yR(y)) \rightarrow (\exists zQ(z) \rightarrow S(x)))$ 的 Skolem 范式 (仅保留全称量词的前束形)。