

第三章补充题

树问题

下面哪种描述的简单图不一定是树 (C)

(A). 无回路的连通图

(B). 有 n 个结点, $n - 1$ 条边的连通图

(C). 每对结点都连通的图

(D). 连通但删去一条边则不连通的图

9. 设 G 是有 6 个结点的完全图, 从 G 中删去 () 条边, 则得到树.

A. 6 B. 9 C. 10 D. 15

() 21. 设 T 为 $n \geq 2$ 的简单图, 以下_____不足以证明 T 是树。

A. T 连通且无回路

B. T 连通且每条边为割边

C. T 连通且有 $n - 1$ 条边

D. T 无回路且每条边均为割边

树问题

1、树 T 中有 100 个度为 1 的顶点，20 个度为 6 的顶点，剩余顶点的一半度都为 4，另一半度都为 2。则度为 2 的顶点数目为_____。 9

() 12. 已知一棵树 T 中有度为 5, 4, 3, 2 的顶点各一个, 其余为树叶顶点, T 的树叶顶点数为哪项?

(A) 8

(B) 7

(C) 6

(D) 5

A

7. 已知一棵树 T 中有 9 个结点, 度为 4、3 的结点各一个, 度为 2 的结点有两个, 其余为树叶结点, T 的树叶结点数为_____。 5

树问题

8. 结点数小于等于 4 的不同构的树共有 5 种.

9. 设只有一个根节点的树 T 有 17 条边, 4 个度为 4 的结点, 1 个度为 3 的结点, 其余 12 个结点全部为叶结点, 那么 T 的树根的度数是 3.

() 16. 下面哪一种图不一定是树 D

- A. 无回路的连通图
- B. 有 n 个结点 $n-1$ 条边的连通图
- C. 连通但删去一条边则不连通的图
- D. 每对结点之间都有通路的图

树问题

() 15. 设 G 是有 n 个结点, m 条边的连通图, 必须删去 G 的 _____ 条边, 才能确定 G 的一棵生成树.

A. $m - n + 1$

B. $m - n$

C. $m + n + 1$

D. $n - m + 1$

A

() 17. 给定 n 个结点的一个图, 它是一个树的下列说法中, _____ 是不对的。

A. 无回路的连通图

B. 无回路但若增加一条新边就有回路

C. 连通且 $m=n-1$, 其中 m 是边数, n 是结点数

D. 所有结点的度数 ≥ 2

D

树问题

() 10. G 是 5 个顶点的完全图, 则删除多少条边后可以得到树?

A

- (A) 6 (B) 5 (C) 10 (D) 4

() 19. 设图 G 是有 6 个顶点的连通图, 总度数为 20, 则从 G 中删去_____边后使之变成树。

A. 10

B. 5

B

C. 3

D. 2

() 20. T 是结点数为 $n \geq 2$ 的树, 则 T 至少有_____个叶结点。

A. 2

B. 3

A

C. 4

D. 无合适选项

树问题

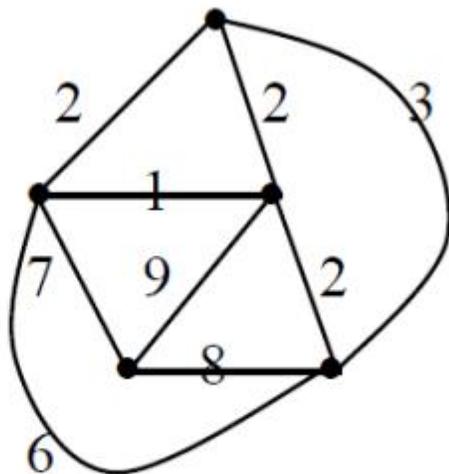
七、(8分) 设 G 是一个连通图，其中 T 是 G 的一棵生存树（支撑树）。设 e 是 $G - T$ 中的任意一条边。证明： $T + e$ 中有且仅有一个圈（初级回路）。

证明：设 $e=(u,v)$ 。

- (a) 圈 C 的存在性：由于树 T 中从 u 到 v 存在一条初级道路 P ，所以加上边 e 后，得到的 $P+e$ 一定是一个圈。————— 4分
- (b) 圈 C 的惟一性：反证法。如果存在两个不同的圈 $C_1=R+e$ 和 $C_2=P_2+e$ ，则 e 一定是两个圈的惟一共同边界。这样， P_1+P_2 就成了树的一个圈。这与树无圈相矛盾。—— 4分

生成树问题

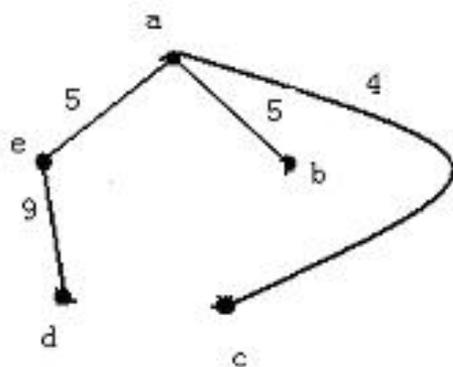
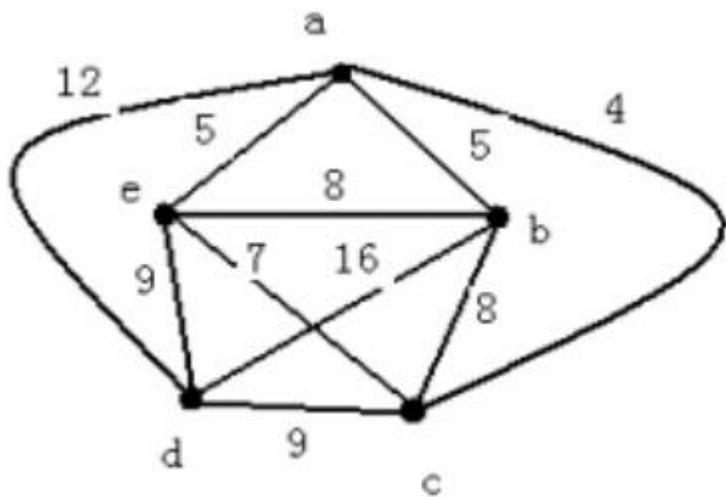
() 10. 下图中所示带权图中最小生成树的权是() **B**



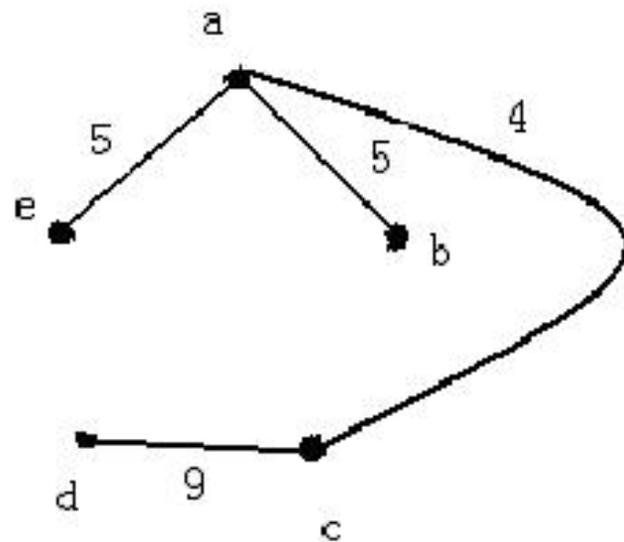
- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

生成树问题

上图的最短树为 _____。



或

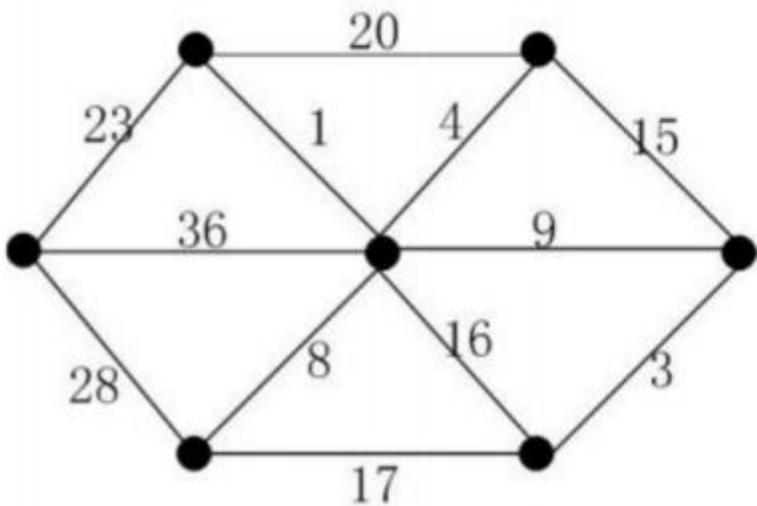


生成树问题

() 18. 图中所示为 7 个城市间直接通信线路的预测造价, 则各个城市之间能够通信的最小总造价为: _____

- A. 72
- B. 40
- C. 59
- D. 48

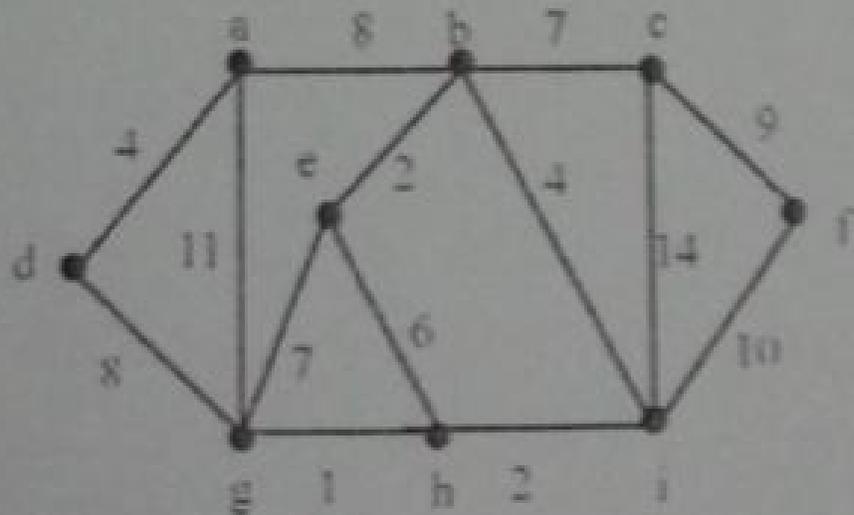
D



生成树问题

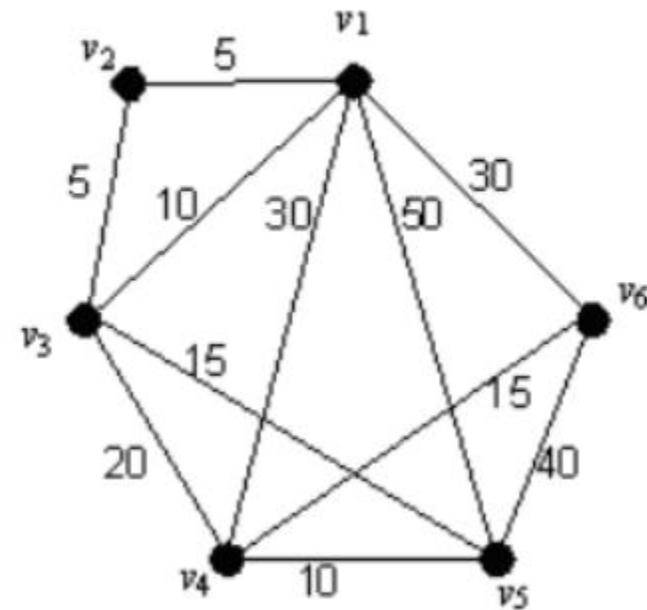
37

10. 下图所示的无向连通图，最小生成树的权为_____。



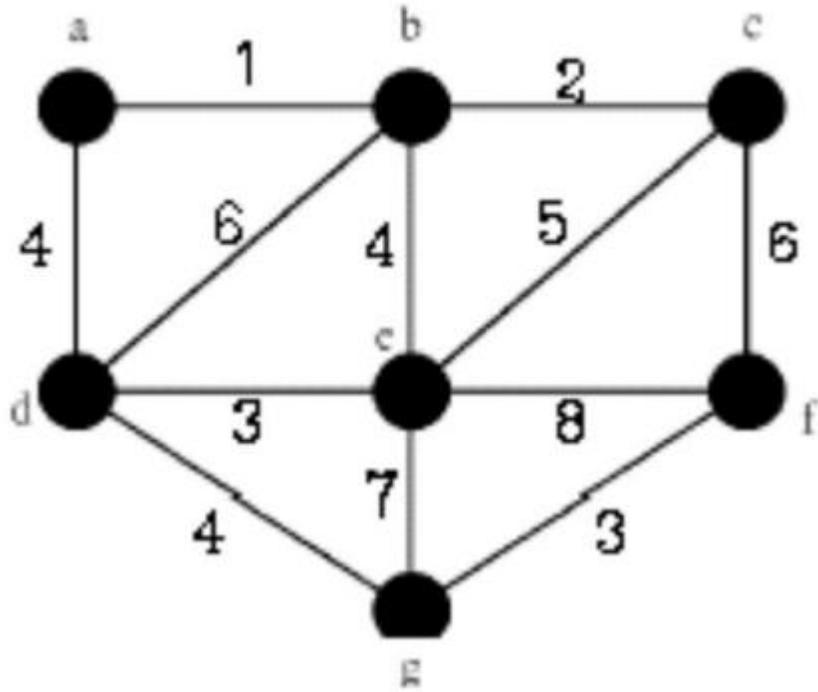
9. 下图中最短树的权值总和是_____

50

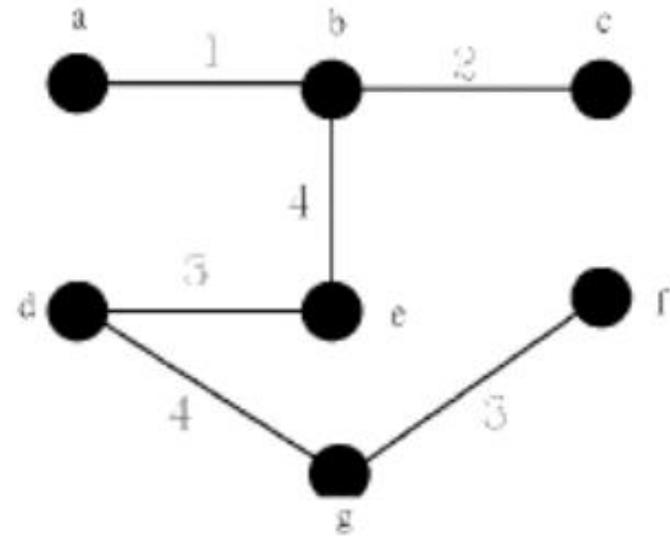
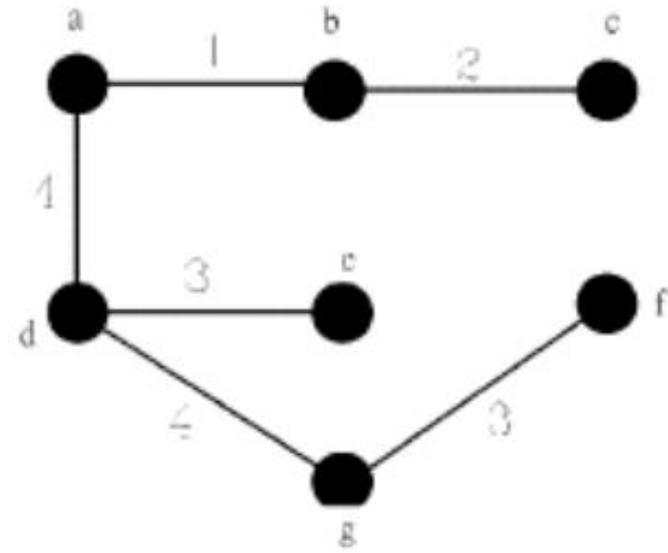


生成树问题

七、(6') 求下图的最小生成树

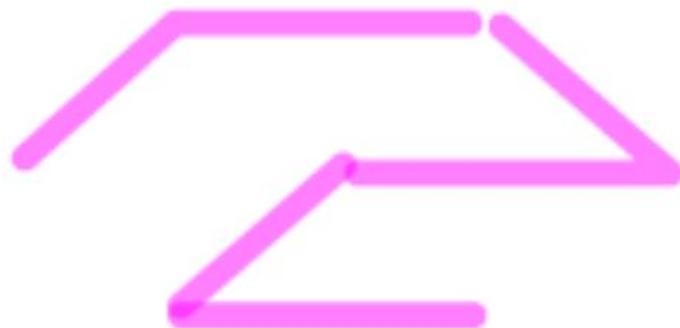
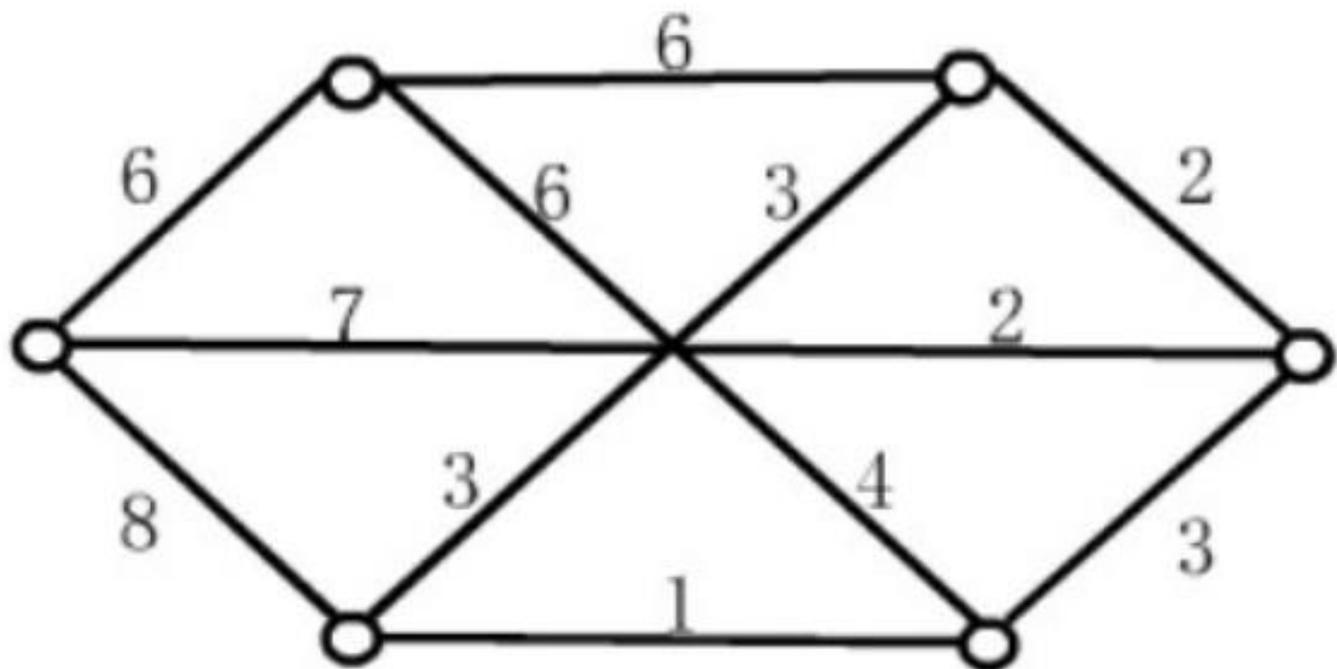


答案:



生成树问题

(8分) 用 Kruscal 算法求下图的最短树 (最小生成树), 并计算该树中所有边的权值之和。



$$6 + 6 + 2 + 2 + 3 + 1 = 20.$$

生成树问题

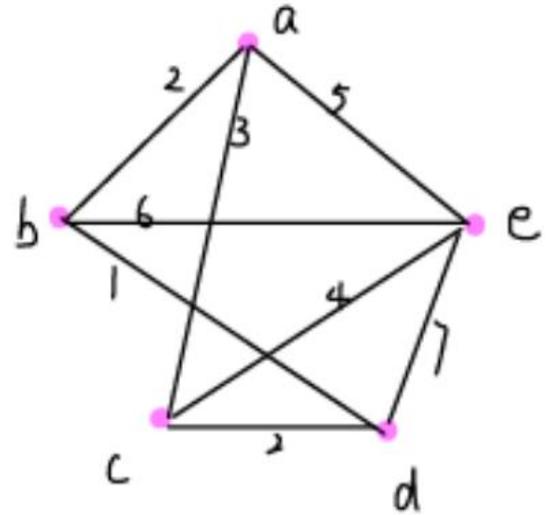
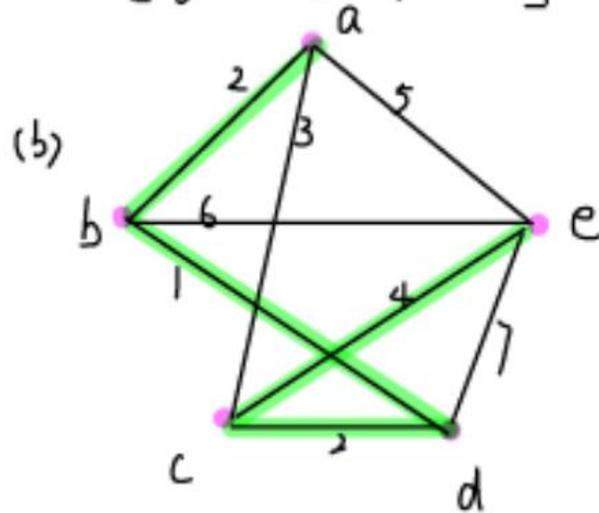
二、(7分) 无向图 $G=(V, E)$, 其中 $V=\{a, b, c, d, e\}$, $E=\{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e)\}$, 对应边的权值为 2, 3, 5, 1, 6, 4, 2, 7

(a) 写出 G 的权矩阵;

(b) 使用 Kruskal 算法求出 G 的最短树.

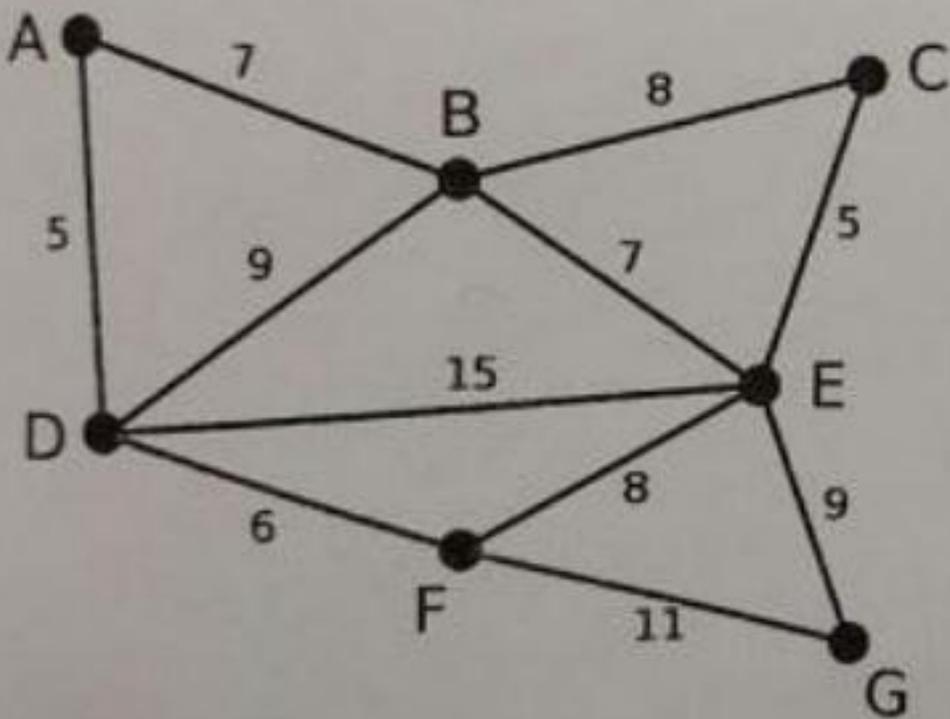
(a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$



生成树问题

2、(8分) 用 Kruscal 或者 Prim 算法求下图的最小生成树所有边的权值之和。



Kruscal 算法

设最小生成树 $T = \emptyset$

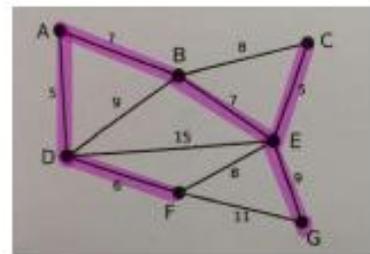
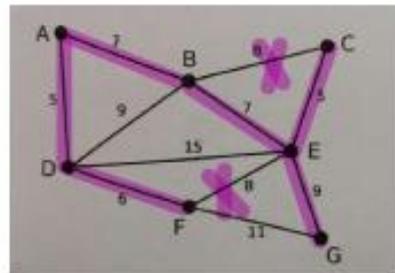
- ① $T + = (A, D)$ (5)
- ② $T + = (C, E)$ (5)
- ③ $T + = (D, F)$ (6)
- ④ $T + = (A, B)$ (7)
- ⑤ $T + = (B, E)$ (7)
- ⑥ $T + = (E, G)$ (9)

权值之和为 39

Prime 算法 设最小生成树 $T = \emptyset, U = \{A\}$

- ① $U + = D, T + = (A, D)$
- ② $U + = F, T + = (D, F)$
- ③ $U + = B, T + = (A, B)$
- ④ $U + = E, T + = (B, E)$
- ⑤ $U + = C, T + = (E, C)$
- ⑥ $U + = G, T + = (E, G)$

权值之和为 39



Huffman编码问题

- () 17. 权序列为 (30, 25, 20, 15, 10) 的最优二叉树的带权路径总长为 B
- A. 100
 - B. 225
 - C. 400
 - D. 625

15. 对于权序列 (1,3,3,4,4) , 构造 Huffman 树 , 则带权路径总长为_____。

34

Huffman编码问题

10. 权序列为 1, 2, 2, 3, 4 的 Huffman 树 T 的权 $w(T) =$ 27。

10. 叶的权分别为 2, 3, 3, 4, 5, 6, 8 的最优二叉树带权路径总长为 84。

Huffman编码问题

现有 100 个字符组成的字符串，这些字符取自集合 $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ ，在 100 个字符中，a 出现了 8 次，b 出现了 20 次，c 出现了 3 次，d 出现了 12 次，e 出现了 12 次，f 出现了 10 次，g 出现了 12 次，h 出现了 5 次，i 出现了 18 次。请对字符集合 $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ 中的每个字符编码成二进制比特串，使得这 100 个字符组成的字符串编码后长度最短。试求各字符的二进制编码以及这 100 个字符最优编码的二进制长度。

304-----2'

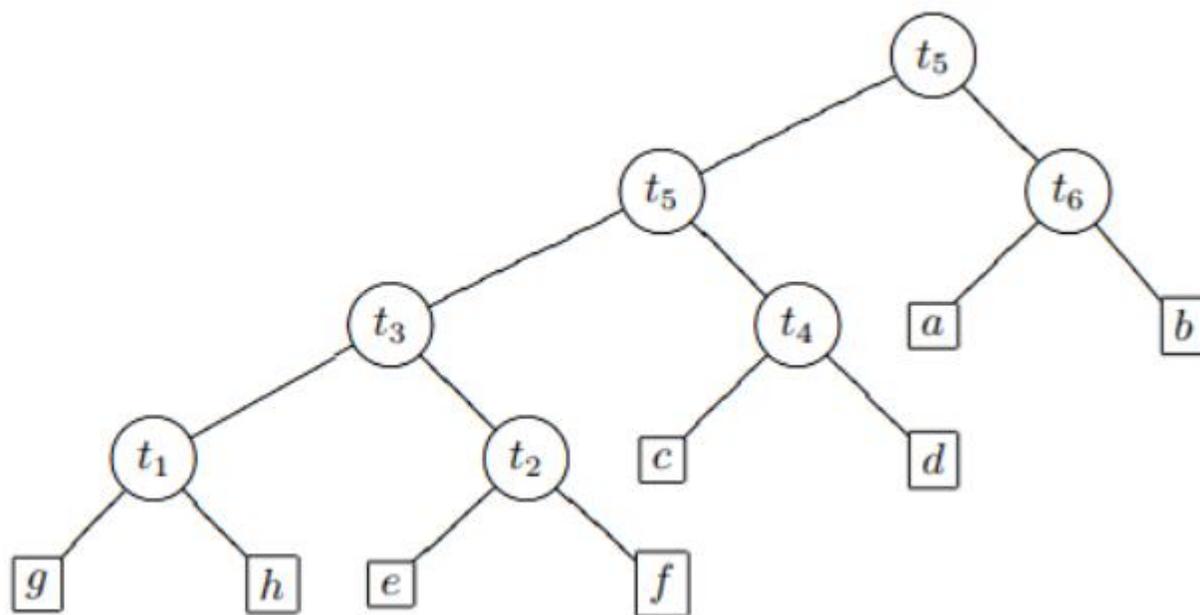
a, b, c, d, e, f, g, h, i 编码不唯一，长度分别为 4, 2, 5, 3, 3, 3, 3, 5, 3-----6'

Huffman编码问题

A 九 B 六、(10') 假设通信中出现的字母 a, b, c, \dots, h , 其出现的频率如下表。试画出这组字母的最优二叉树及权。要求给出求解最优二叉树的过程。

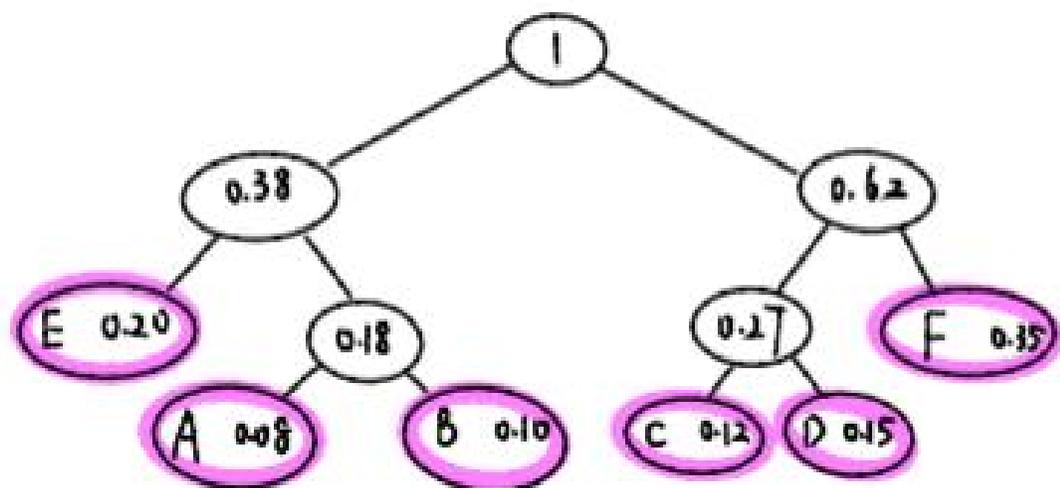
字母	a	b	c	d	e	f	g	h
频率	25%	20%	15%	15%	10%	5%	5%	5%

答：最优化二叉树如下图，权为 2.8（或乘 100 后得到 280）



Huffman编码问题

八、(7分)用 Huffman 编码为以下 6 个字符进行编码: A: 0.08, B: 0.10, C: 0.12, D: 0.15, E: 0.20, F: 0.35. 写出 Huffman 树并求树的带权路径总长。



$$\begin{aligned} & 0.08 \times 3 + 0.10 \times 3 + 0.12 \times 3 \\ & + 0.15 \times 3 + 0.20 \times 2 + 0.35 \times 2 \\ & = 2.45 \end{aligned}$$

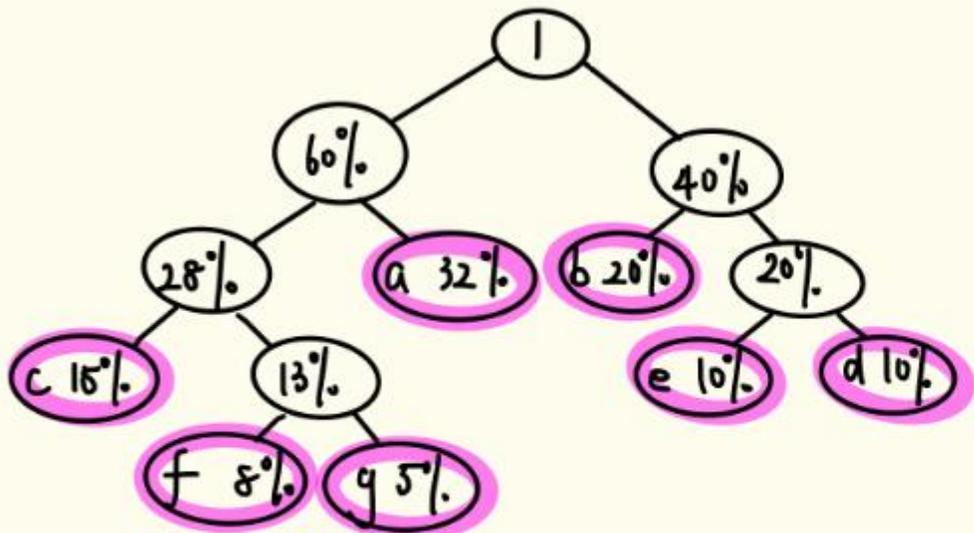
Huffman 编码问题

4、(8分) 设 7 个字母在通信中出现的频率如下:

a: 32%, b: 20%, c: 15%, d: 10%, e: 10%, f: 8%, g: 5%。

用 Huffman 算法求每个字母的最佳前缀码。

传输 10000 个按上述比例出现的字母需要传输多少个二进制数位?



a 01 b 10
c 000 d 111
e 110 f 0010 g 0011

$$\begin{aligned} & 3200 \times 2 + 2000 \times 2 + 1500 \times 3 \\ & + 1000 \times 3 + 1000 \times 3 + 800 \times 4 + 500 \times 4 \\ & = 26100 \end{aligned}$$

Huffman编码问题

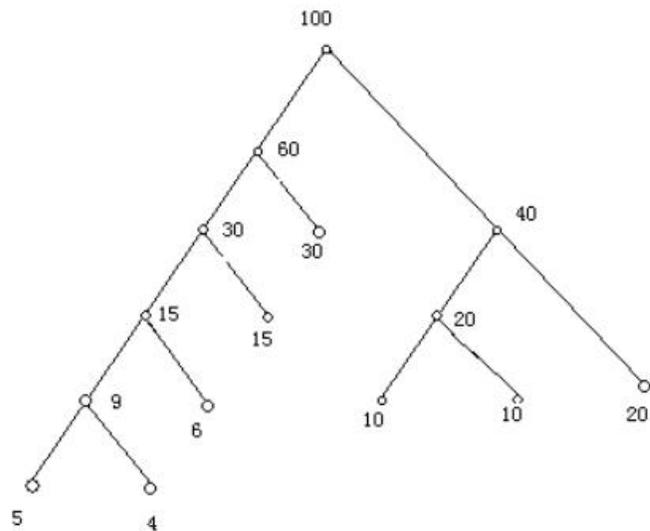
(8) 在通信中，已知某电文由8种字符组成，其出现频率分别为：
 解：赋权如下： $w_0=30, w_1=20, w_2=15, w_3=10, w_4=10, w_5=6, w_6=5, w_7=4$ 。将这些权由小到大排列：
 4, 5, 6, 10, 10, 15, 20, 30
 15%; 3 : 10

设计一个最

(1). 画出

(2). 写出

(3). 传输



(1).

(2). 0 : 01 ; 1 : 11 ; 2 : 001 ; 3 : 100 ; 4 : 101 ; 5 : 0001 ; 6 :
 00000 ; 7 : 00001

(3) $10^4 * (0.3 * 2 + 0.2 * 2 + 0.15 * 3 + 0.1 * 3 + 0.1 * 3 + 0.06 * 4 + 0.05 * 5 + 0.04 * 5)$
 $= 27400$

Huffman编码问题

6、(6分) 给定 30 个字符组成的电文:

DDDDDAABEEAAFCDAACABBCCBAADD

试为字符 A、B、C、D、E、F 按照如下步骤设计二元哈夫曼(Huffman)编码。

(1)画出相应的二元哈夫曼树(要求每个父节点左孩子的权重总是小于右孩子的权重);

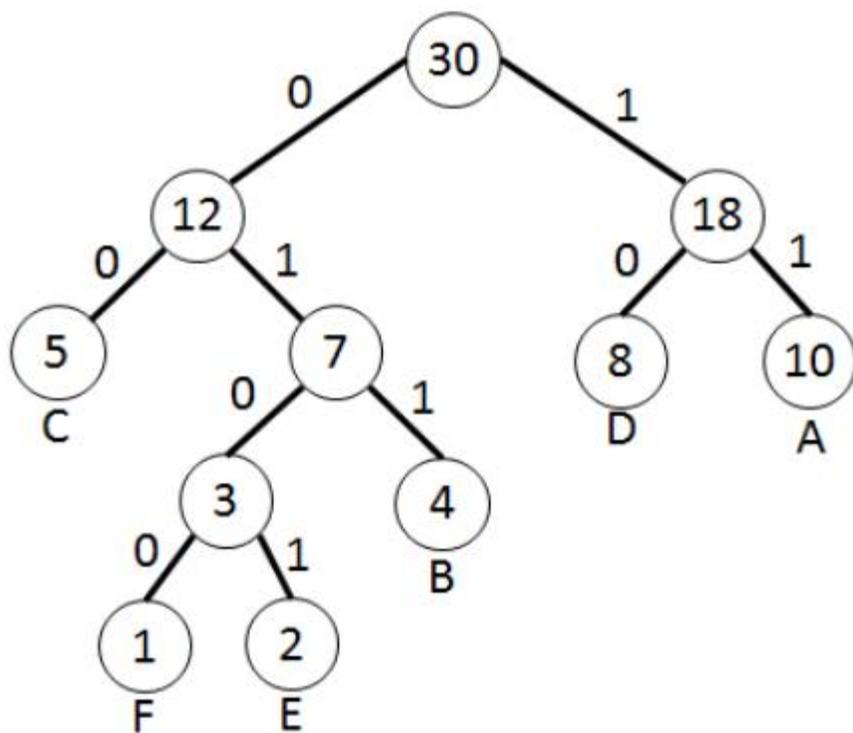
(2)分别列出 A、B、C、D、E、F 的哈夫曼编码码字;

(3)计算该树的带权路径总长 WPL。

答:

(1) 频数: A:10; B:4; C:5; D:8; E:2; F:1

(3) $WPL=2*10+3*4+2*5+2*8+4*2+4*1=70$



(2) 编码:

A: 11

B: 011

C: 00

D: 10

E: 0101

F: 0100