离散数学 第二次助教课

2025年11月

题目

- 第一章：2，3，4，6，8
- 第二章：10，13，14，16，17，21，22，23，25
- 第四章：26，27，30，31，32，33，34
- 第五章：41，43，47

第一章 命题逻辑的基本概念

考点一：命题的判断

- 非真即假的陈述句

考点二：命题联结词及真值表

考点三：重言式、可满足式、矛盾式

考点四：代入规则

- 原子命题、全部代换

考点五：命题形式化

- 易错点：异或的形式化

考点六：(逆)波兰表达式

D, 真值表法

2. 命题公式 $\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$ 具有 ____ 个使其为真的指派。

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

方法1：为假的指派->R为F，(P and Q)为F

方法2：真值表法

3 命题公式 $P \vee ((Q \vee R) \wedge S)$ 的波兰表达式为 $\vee P \wedge \vee QRS$

4 设P：天下雨，Q：他在室内运动，则命题“除非天下雨，否则他不在室内运动”的形式化为

$\neg P \rightarrow \neg Q$.

10 设P：“你陪伴我”，Q：“你代我叫车子”，R：“我将出去”。则命题：“除非你陪伴我或代我叫车子，否则我将不出去”的形式化为：$\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg R$

6 命题公式 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ 是 重言式

P	Q	结果
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	T

第二章 命题逻辑的等值和推理演算

- 考点一：等值公式（18条）
- 考点二：联结词的完备集
- 考点三：对偶式
- **考点四：范式、主范式**
- 考点五：推理公式
- **考点六：推理演算**
  - 条件证明规则
  - 归结法

下面有 ____ 个命题联结词集合是完备集。

B

- $\{\neg, \wedge\}$ ✓
- $\{\neg, \vee\}$ ✓
- $\{\neg, \rightarrow\}$ ✓
- $\{\neg, \leftrightarrow\}$ ✗
- $\{\vee, \rightarrow\}$ ✗
- $\{\wedge, \rightarrow\}$ ✗
- $\{\vee, \uparrow\}$ ✓
- $\{\downarrow\}$ ✓

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

不完备集

- $\{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$不是完备的
  因为$\neg$不能仅由该集合的联结词表达出
- $\{\neg, \leftrightarrow\}$不是完备的
- $\{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$的任何子集都是不完备的
  $\{\neg, \leftrightarrow\}$的任何子集也是不完备的
  (如果一个联结词的集合是不完备的，那么它的任何子集都是不完备的)
- $\{\vee, \wedge\}$不是完备的

最小完备集的个数为4个

17

逻辑联结词或非 $\downarrow$ 可以定义为: $x \downarrow y = \neg(x \vee y)$。将公式 $\neg(x \vee y) \wedge z$ 转换成只用 $\downarrow$ 表示的公式 ____ 。

$((x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)) \downarrow (z \downarrow z)$.

21

$P \downarrow Q = \neg(P \vee Q)$, 用或非联结词表示出 $P \rightarrow Q$ 为 ____ 。

$((P \downarrow P) \downarrow Q) \downarrow ((P \downarrow P) \downarrow Q)$

13 $P \to Q \vee R \to S$ 的对偶式为 ____ 。

$(P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge S$

注意运算顺序和括号的添加

16

C

16. 命题公式 $\underline{\neg(P \wedge Q)} \to R$ 的主析取范式中含极小项的个数为 ____ 。

T F

A. 8　　B. 3　　C. 5　　D. 0

2

T 5

25 设命题公式 $G = \neg(P \to Q) \vee (Q \wedge (\neg P \to R))$主析取范式。

1. 消去联结词
2. 否定词内移
3. 使用分配律
4. 添加缺失项

$$G = (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge (P \vee R)).$$
$$= (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge P) \vee (Q \wedge R).$$
$$= (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R).$$
$$\vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$$
$$\vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$$
$$= \bigvee_{3;4;5;6;7}$$

主合取范式：$\bigwedge_{7;6;5}$

22

22. 设命题公式 $G=\neg(P\rightarrow Q), H=P\rightarrow(Q\rightarrow\neg P)$，则 G 与 H 的关系是 ____ 。

A. $G\Rightarrow H$　　B. $H\Rightarrow G$　　C. $G=H$　　D. 以上都不是

A

$A\wedge\neg B$ 矛盾

23

23. 下面 4 个推理定律中，不正确的是 ____ 。

A. $A\Rightarrow(A\vee B)$　　B. $(A\vee B)\wedge\neg A\Rightarrow B$

C. $(A\rightarrow B)\wedge A\Rightarrow B$　　D. $(A\rightarrow B)\wedge\neg B\Rightarrow A$

D

第二章：自然语句形式化+推理演算

14. 证明下列推理关系：如果李华在光明中学上学，那么他不是初中生，就是高中生。如果李华是初中生，那么他需要参加中考。如果李华是高中生，那么他经常给外国的友人写信。如果李华经常给外国的友人写信，那么他的英文写作能力很强。李华的英文写作能力不强。从而知：如果李华在光明中学上学，那么他需要参加中考。

自然语句形式化

P： 李华在光明中学上学
Q： 李华初中生
R 李华高中生
S： 李华参加中考
T 李华给外国友人写信
W 李华英文写作能力强

$(P\to \boxed{Q\bar{\vee}R)},\ Q\to S,\ R\to T,\ T\to W,\ \neg W \Rightarrow P\to S$

(1)	P	附加前提引入.	
(2)	$P\to Q\bar{\vee}R$	前提引入.	
(3)	$Q\bar{\vee}R$	(1)(2)分离	
(4)	$T\to W$	前提引入.	
(5)	$\neg W\to\neg T$	(4)置换	
(6)	$\neg W$	前提引入.	
(7)	$\neg T$	(5)(6)分离	
(8)	$R\to T$	前提引入	
(9)	$\neg T\to\neg R$	(8)置换	
(10)	$\neg R$	(7)(9)分离	
(11)	Q	(3)(10)	
(12)	$Q\to S$	前提引入	
(13)	S	(11)(12)分离	
(14)	$P\to S$	条件证明规则	

第四章 谓词逻辑的基本概念

- 考点一：基本概念（谓词、个体词、函数、量词、自由变元与约束变元、辖域）
- 考点二：合式公式的判断
- 考点三：自然语句形式化
  - 所有的有理数都是实数；
  - 有的实数是有理数；
  - 没有有理数是无理数；
  - 有的实数不是有理数
- 考点四：有限域下的表示
- 考点五：普遍有效性的判定

SJTU

30

30. 公式 $(\forall x)((P(x)\to Q(x))\wedge(\exists y)R(y))\wedge S(z)$ 的自由变元是 ___z___，全称量词的辖域为 ___$((P(x)\to Q(x))\wedge(\exists y)R(y))$___。

26

26. 若个体域为整数集合，下列公式中 ___ 不是命题。

C

A. $(\forall x)(\forall y)(x\cdot y=x)$

B. $(\forall x)(\exists y)(x\cdot y=1)$

C. $(\forall x)(x\cdot y=x)$

D. $(\exists x)(\exists y)(x\cdot y=2)$

27 C

$\exists x$

27. 设个体域 $D = \{a, b\}$，则公式 $(\cancel{\forall} x)(F(x) \wedge G(x))$ 消去量词后可表示为 ____ 。

A. $(F(a) \wedge F(b)) \vee (G(a) \wedge G(b))$

B. $(F(a) \vee F(b)) \wedge (G(a) \vee G(b))$

C. $(F(a) \wedge G(a)) \vee (F(b) \wedge G(b))$

D. $(F(a) \vee G(a)) \wedge (F(b) \vee G(b))$

31

D

31. 设 $A(x):x$ 是人, $B(x):x$ 犯错误, 命题"没有人不犯错误"符号化为

4.4.3

A. $(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$

B. $\neg(\exists x)(A(x)\rightarrow\neg B(x))$

C. $\neg(\exists x)(A(x)\wedge B(x))$

D. $\neg(\exists x)(A(x)\wedge\neg B(x))$

32

4.4.1 , 4.4.2

设 $R(x)$ 表示 x 是实数, $E(x,y)$ 表示 $x=y$, 则语句"对所有的实数 x, 都存在实数 y, 使得 $x=y$" 的符号化为 ____ 。

$(\forall x)(R(x)\rightarrow(\exists y)(R(y)\wedge E(x,y)))$

第四章 普遍有效性的判定

33

33. 公式 $(\exists x)(P(x) \leftrightarrow Q(x)) \to ((\exists x)P(x) \to (\exists x)Q(x))$ 不是 (是/不是) 普遍有效的。

Q(0)=Q(1)=P(0)=F, P(1)=~~F~~ T

34

34. 公式 $\neg((\forall x)F(x) \to (\exists y)G(y)) \wedge (\exists y)G(y)$ 是 (是/不是) 不可满足的。

第五章 谓词逻辑的等值和推理演算

- 考点一：等值式
- 考点二：范式
  - 前束范式：去联结词 -> 否定词内移 -> 量词左移 -> 变元异名
  - Skolem 标准型
- 考点三：推理演算
  - 全称/存在量词的引入与消去
  - 归结推理

41

A

41. 下列各式哪个不正确?

A. $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$

B. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$

C. $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow (\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

D. $(\forall x)(P(x) \vee q) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \vee q$

47. 求公式 $((\forall x)(\exists y)(P(x,y) \to Q(y))) \to (\forall x)(R(x) \to (\exists u)(\forall v)L(x,u,v))$ 的前束范式和 Skolem 标准形。

$((\forall x)(\exists y)(P(x,y) \to Q(y))) \to \forall x(R(x) \to (\exists u)(\forall v)L(x,u,v))$

$= \neg((\forall x)(\exists y)(\neg P(x,y) \vee Q(y))) \vee (\forall x)(\neg R(x) \vee (\exists u)(\forall v)L(x,u,v))$

$= (\exists x)(\forall y)(P(x,y) \wedge \neg Q(y)) \vee (\forall x)(\neg R(x) \vee (\exists u)(\forall v)L(x,u,v))$

$= (\exists x)(\forall y)(P(x,y) \wedge \neg Q(y)) \vee ((\forall x)(\exists u)(\forall v))(\neg R(x) \vee L(x,u,v))$

$= (\exists x)(\forall y)(\forall z)(\exists u)(\forall v)(P(x,y) \wedge \neg Q(y)) \vee (\neg R(z) \vee L(z,u,v))$

skolem标准型

$(\forall y)(\forall z)(\forall v)\ P(a,y) \wedge \neg Q(y) \vee \neg R(z) \vee L(z, f(y,z), v).$

43. 任用一种推理方法证明 $\exists x(R(x) \wedge W(x)), (\forall x)(P(x) \to Q(x)), (\forall x)(R(x) \to \neg Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(W(x) \wedge \neg P(x))$

(1)	$(\exists x)\ R(x) \wedge W(x)$	前提引入
(2)	$R(a) \wedge W(a)$	存在量词消去
(3)	$R(a)$	(2)
(4)	$(\forall x)(R(x) \to \neg Q(x))$	前提引入
(5)	$R(a) \to \neg Q(a)$	全称量词消去
(6)	$\neg Q(a)$	(2)(5)分离
(7)	$(\forall x)(P(x) \to Q(x))$	前提引入
(8)	$P(a) \to Q(a)$	全称量词消去
(9)	$\neg Q(a) \to \neg P(a)$	(8)置换
(10)	$\neg P(a)$	(6)(9)分离
(11)	$W(a)$	(2)
(12)	$\neg P(a) \wedge W(a)$	(10)(11)
(13)	$(\exists x)(\neg P(x) \wedge W(x))$	存在量词引入

谢谢！

饮 水 思 源　爱 国 荣 校